

# Übungen zur Einführung in Maple

## Blatt 2

---

### 6. Weitere Plots

- Zeichnen Sie den Graphen zu  $f(x) = \sin(x)$  mit verschiedenen Farben, Strichstärken und Linienstilen in **einen** Plot.
- Erzeugen Sie mit dem Zufallszahlengenerator 100 Zahlen-Paare  $[x, y]$  und tragen Sie diese in einem  $x$ - $y$ -Plot punktweise auf.
- Zeichnen Sie zwei Kreise mit Radius 6 im Abstand 10. Verwenden Sie dazu `implicitplot` und `display`.
- Bestimmen Sie die Schnittpunkte der beiden Kreise und schneiden Sie die einzelnen `implicitplots` so ab, dass eine Linse entsteht.
- Zeichnen Sie den Graphen zu  $\cos(x - t)$  als Funktion von  $x$  für verschiedene Werte von  $t$  mithilfe von `animate`.

- 7. Animation** Ein geladenes Teilchen erfährt in einem elektrischen Feld  $\vec{E}$  in  $x$ -Richtung und einem magnetischen Feld  $\vec{B}$  in  $z$ -Richtung die Kraft:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{\ddot{r}} = e \cdot \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

Die Bahnkurve des Teilchens wird beschrieben durch

$$x(t) = 1 - \cos t, \quad y(t) = \sin t - t.$$

Stellen Sie nun die resultierende Bewegung als Animation dar. Wenn Sie Lust und Zeit haben: erzeugen Sie eine Animation, in der eine kleine Kugel entlang dieser Bahnkurve läuft.

### 8. Gekoppelte Ratengleichungen

Ein erster Stoff der Menge  $N_1(t)$  zerfalle nach

$$\frac{d}{dt}N_1(t) = -\lambda_1 N_1(t)$$

mit der Zerfallsrate  $\lambda_1$  in einen zweiten Stoff der Menge  $N_2(t)$ , der nach der Gleichung

$$\frac{d}{dt}N_2(t) = -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t)$$

weiter zerfällt (den Sonderfall  $\lambda_1 = \lambda_2$  brauchen Sie nicht extra berücksichtigen).

Berechnen Sie die Lösung mit der Anfangsbedingung  $N_1(0) = N$ ,  $N_2(0) = 0$  und zeichnen Sie das Ergebnis für  $N_1(t)$  und  $N_2(t)$  für  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 2$  in **einen** Plot (z.B. mit  $N=100$ ).

*Bitte wenden!*

## 9. Oszillator mit Reibung

- a) Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

für einen Oszillator mit Reibung mit den Anfangsbedingungen

$$x(0) = 1, \quad \left. \frac{dx(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0.$$

- b) Machen Sie aus dem Ergebnis eine Funktion  $x(t, \omega_0, r)$ . Zeichnen Sie das Ergebnis für verschiedene Werte der Reibungskonstanten  $r \geq 0$  für  $\omega_0 = 1$  in Abhängigkeit der Zeit  $t$  in **einen** Plot.

*Falls Sie Zeit haben und sich mit den DEtools näher beschäftigen wollen:*

**Fadenpendel mit Reibung:** Lösen Sie numerisch die Pendelgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \sin(x) = 0$$

Um mit Maples **DEtools** arbeiten zu können, ist es sinnvoll, daraus ein System von Differenzialgleichungen 1. Ordnung zu machen, mit den gesuchten Funktionen  $x(t)$  und  $y(t) = \frac{dx}{dt}$  gemäß

$$\frac{d}{dt}x(t) = y(t), \quad \frac{d}{dt}y(t) = -ry(t) - \omega_0^2 \sin(x(t)).$$

- a) Untersuchen Sie mithilfe von Maples **DEtools** die Lösungen des Pendels, indem Sie die Lösungen mit  $\omega_0 = 1, r = 0$  für verschiedene Anfangsbedingungen  $x(0) = 0, y(0) = y_0$  graphisch in der  $t$ - $x$ - bzw.  $x$ - $y$ -Ebene darstellen. Beachten Sie insbesondere den Bereich um  $x = \pi$ .
- b) Betrachten Sie nun den Fall  $r > 0$  und führen Sie dieselben Schritte für  $r = \frac{1}{4}$  durch.
- c) Untersuchen Sie auch das angetriebene Pendel:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 \sin(x) = a \cos(\omega t).$$

für  $r = \frac{1}{4}, \omega_0 = 1, \omega = \frac{2}{3}$  und verschiedene Werte von  $a$ . Interessant ist der Bereich  $a = 0.7, a = 1$ .

- d) Untersuchen Sie nun auch das Pendel mit konstantem Antrieb (Drehmoment), also  $\omega = 0$ . Empfohlene Werte:  $r = 0.3, a = 0.5$  Starten Sie bei  $x(0) = 0$  mit verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten  $y(0)$ .