

Übungen zur Einführung in Maple

Blatt 4

16. Lineare Algebra

- a) Definieren Sie eine (3×3) -Matrix A und einen Vektor \vec{v} mit drei Komponenten, besetzen Sie diese mit Zahlenwerten und lösen Sie das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{v}$ nach dem Vektor \vec{x} . Kontrollieren Sie das Ergebnis.

- b) Sei

$$B = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Determinante und die Inverse von B .
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $B\vec{x} = \vec{v}$ mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
- Bilden Sie das Skalarprodukt $\vec{v} \cdot \vec{x}$.
- Zeigen Sie, dass für $t = \frac{2\pi}{3}$ die Matrix $B \cdot B \cdot B$ die Einheitsmatrix ist.

17. Matrix generieren und Eigenwerte berechnen

- a) Schreiben Sie eine Prozedur `ma_ma(n)`, die eine **globale** $(n \times n)$ -Matrix der Form

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

für beliebige n generiert.

Hinweis: Das Schreiben des Befehls `BandMatrix()` in der Prozedur ist keine akzeptierte Lösung :-).

- b) Schreiben Sie eine weitere Prozedur `lineareglg(m)`, welche als Eingabe eine Integer-Zahl m erwartet, und welche intern durch den Aufruf der Prozedur `ma_ma(m)` eine Matrix B erzeugt. Dann soll sie einen Vektor \vec{v} mit $v_1 = 1$ und $v_i = 0$ ($i = 2 \dots m$) erstellen und anschließend das lineare Gleichungssystem $B\vec{x} = \vec{v}$ lösen und \vec{x} ausgeben.
- c) Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren dieser Matrix am Beispiel $n = 5$. Die entsprechende Maple-Routine liefert die Ergebnisse unsortiert. Schreiben Sie ein Programm, das die Ergebnisse sortiert nach Größe der Eigenwerte ausgibt.

Tipp: Vertauschen Sie so lange benachbarte Elemente des Vektors mit den Eigenwerten, bis sie in aufsteigender Reihenfolge angeordnet sind. Merken Sie sich dabei aber die ursprünglichen Indices oder sortieren Sie die Eigenvektoren gleich mit, damit die Zuordnung *Eigenwert - Eigenvektor* nicht verloren geht.