F2 Praktikum

# Anleitung zum Versuch

# Josephson Kontakte



Institute of Experimental and Applied Physics University of Regensburg Germany 8. Juli 2024

Johanna Berger

## Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung	4
2	Lite	raturvorschläge	5
3	The	oretische Grundlagen	6
	3.1	Fragen zur Vorbereitung	6
	3.2	Supraleitung	7
		3.2.1 Die London Theorie	7
		3.2.2 Ginzburg-Landau Theorie	8
		3.2.3 BCS Theorie	9
	3.3	Josephson-Kontakte	9
	3.4	Quanteninterferenz im B-Feld	10
		3.4.1 Herleitung der Flussquantisierung	10
		3.4.2 Josephson-Kontakt im B-Feld	11
	3.5	Shapiro-Stufen	13
4	Vers	suchsaufbau und Sicherheitshinweise	15
5	Vers	suchsdurchführung	17
	5.1	DC-Josephson Effekt	17
	5.2	AC-Josephson Effekt	18
	5.3	Perl Code	19
	5.4	Manuelle Bedienung der Geräte	21

## 1 Einleitung

Brian D. Josephson entdeckte 1962 den nach ihm benannten Josephson Effekt. Dabei bleibt der supraleitende Transport durch zwei aneinander grenzende Supraleiter erhalten, selbst wenn diese durch eine dünne isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Diese Barriere kann durch unterschiedliche Materialien und Geometrien realisiert werden, was diese elektrischen Bauteile besonders vielseitig macht.

In den letzten Jahrzehnten haben Josephson-Kontakte eine große Bedeutung in der Grundlagenforschung sowie in der Entwicklung von hochpräzisen elektronischen Geräten erlangt. Durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber magnetischen und elektrischen Feldern, wird eine besonders präzise Kontroller der Quantenzustände ermöglicht, was Josephson-Kontakte zu idealen Werkzeugen in der Entwicklung von Quantencomputern macht. Es existieren mittlerweile verschiedenste Realisierungen von Josephson-Kontakt-basierten Quantumbits, wie beispielsweise dem Fluxonium oder Transmonqubit. In diesem Praktikumsversuch werdet Ihr euch genauer mit den Eigenschaften von Josephson-Kontakten befassen, um ein allgemeines Verständnis für den zugrunde liegenden Josephson-Effekt zu gewinnen.

## 2 Literaturvorschläge

- Buckel, Werner; Kleiner, Reinhold: Supraleitung. Wiley, 2004
- Gross, Rudolf; Marx, Achim: Festkörperphysik. De Gruyter, 2018
- Tinkham, Michael: Introduction to Superconductivity. Dover, 2004
- Barone, Antonio; Paternó, Gianfranco: *Physics and Applications of the Josephson Effect*. Wiley, 1982
- Kittel, C.: Einführung in die Festkörperphysik. Oldenbourg, 1996
- Kopitzki, K.; Herzog, P.: *Einführung in die Festkörperphysik*. Teubner Verlag, (2004)
- Hinken, J. H.: Supraleiter-Elektronik: Grundlagen in der Mikrowellentechnik. Springer, 1988
- Van Duzer, T.; Turner, C. W. Principles of Superconductive Devices and Circuits. Prentice-Hall, 1999

## 3 Theoretische Grundlagen

#### 3.1 Fragen zur Vorbereitung

- Wiederholen Sie die wichtigsten Grundlagen zur Supraleitung und überlegen Sie sich, welche kritischen Größen diesen Zustand zerstören können.
- Was ist der Unterschied zwischen einem Typ 1 und Typ 2 Supraleiter? Zu welcher Klasse gehört das in unserem Versuch verwendete Niob?
- Wie sieht die Strom-Phasen-Relation für einen Josephson-Kontakt aus und von welchen Größen ist sie abhängig?
- Überlegen Sie sich, wie das Quanteninterferenzmuster zustande kommt und versuchen sie mit Hilfe der Prostaphaeresis Formel für die Summe zweier Cosinus-Terme gleicher Amplitude:

$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
(3.1)

den Schritt von Gl. 3.24 zu Gl. 3.25 nachzuvollziehen.

- Was bestimmt die Periodizität des Quanteninterferenzmusters? Berechnen Sie als Beispiel die Periodizität eines 100 nm langen und 2 µm breiten Kontaktes und skizzieren Sie  $I_C(B_{\perp})$  für  $I_0 = 1$  mA.
- Was bestimmt die Breite von Shapiro-Stufen?
- Erstellen Sie eine Skizze für die Strom-Spannungs-Kennlinie eines mit 6GHz bestrahlten Josephson Kontaktes.
- (Zusatz:) Wie könnte man aus dem AC-Josephson-Effekt den Wert eines Flussquantums bestimmen?

#### 3.2 Supraleitung

Supraleitung wurde 1911 von Heike Kamerlingh Onnes entdeckt, als er und sein Mitarbeiter van Holst den Widerstand von Quecksilber-Proben untersuchten. Im supraleitenden Zustand ist das Material ein idealer Leider, d.h. er besitzt keinen Widerstand. Außerdem stellten Meissner und Ochsenfeld 1933 fest, dass Supraleiter ideale Diamagneten sind: In der sogenannten Meissner Phase werden Magnetfelder aus dem supraleitenden Material verdrängt, solange eine bestimmte Magnetfeldstärke, das kritische Magnetfeld  $B_C$ , nicht überschritten wird.

#### 3.2.1 Die London Theorie

Die von Fritz und Heinz Lodon 1935 entwickelte Theorie erklärt die magnetischen Eigenschaften, speziell den Meissner-Ochsenfeld-Effekt, phänomenologisch auf Grundlage eines Zwei-Flüssigkeiten- Modells. Dabei wird angenommen, dass der widerstandslose Transport zunehmend durch supraleitende Ladungsträger erfolgt, deren Stromdichte  $J_S$  durch die London-Gleichung beschrieben wird:

$$\mathbf{J}_{\mathrm{S}} = \frac{q_{\mathrm{S}}\hbar n_{\mathrm{S}}}{m_{\mathrm{S}}} \left( \nabla \varphi_{\mathrm{S}} - \frac{n_{\mathrm{S}}q_{\mathrm{S}}}{\hbar} \mathbf{A} \right).$$
(3.2)

Hier ist  $n_{\rm S}$  die Teilchenzahldichte,  $q_{\rm S}$  und  $m_{\rm S}$  deren Ladung und Masse. Die ortsabhängige Phase der supraleitenden Wellenfunktion wird beschrieben durch  $\varphi_{\rm S}$ . **A** ist das elektromagnetische Vektorpotential. Für die statische Lösung ( $\dot{\varphi}_{\rm S} = 0$ ) und Coulomb-Eichung ( $\mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{A}$ ) lassen sich aus Gleichung 3.2 die beiden Londongleichungen ableiten

$$\partial_t \mathbf{J}_{\mathrm{S}} = \frac{n_{\mathrm{S}} q_{\mathrm{S}}^2}{m_{\mathrm{S}}} \mathbf{E}$$
 1. London-Gleichung (3.3)

$$\nabla \times \mathbf{J}_{\mathrm{S}} = -\frac{n_{\mathrm{S}} q_{\mathrm{S}}^2}{m_{\mathrm{S}}} \mathbf{B}$$
 2. London -Gleichung. (3.4)

Mithilfer der statischen Maxwellgleichung  $\mu_0 \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}$  erhalten wir aus der 2. London-Gleichung

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 n_{\rm S} q_{\rm S}^2}{m_{\rm S}} \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_{\rm L}^2} \mathbf{B}$$
(3.5)

mit der London'schen Eindringtiefe  $\lambda_{\rm L} = \sqrt{\frac{m_{\rm S}}{\mu_0 n_{\rm S} q_{\rm S}^2}}$ . Diese Beschreibt die charakteristische Länge, mit welcher das Magnetfeld im Supraleiter exponentiell abfällt. Dies kann mit einer einfachen Rechnung aus Gleichung 3.5 hergeleitet werden. Wird parallel zur Oberfläche eines Supraleiters in z-Richtung ein Magnetfeld angelegt, ergibt sich unter der Randbedingung  $\mathbf{B}(x=0) = B_0 \mathbf{e}_z$ 

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{\lambda_{\rm L}}\right) \mathbf{e}_{\rm z}.$$
(3.6)

#### 3.2.2 Ginzburg-Landau Theorie

Die Landau-Theorie beschreibt allgemein Phasenübergänge 2. Ordnung unter der Annahme, dass sich die freie Energie des betrachteten Systems in der Nähe des Phasenübergangs in eine Potenzreihe nach einem Ordnungsparameter entwickeln lässt. Für makroskopische Erklärung eines Supraleiter wird hierfür der Ordnungsparameter

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Delta(\mathbf{r})e^{i\varphi_{\rm s}(\mathbf{r})},\tag{3.7}$$

eingeführt, mit der supraleitenden Phase  $\varphi_s$  und der Energielücke  $\Delta$ . Betrachtet man die freie Energie

$$F(\mathbf{r},T) = F_0 + \alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A})\Psi|^2 + \frac{1}{2\mu_0}\mathbf{B}^2, \qquad (3.8)$$

mit  $\alpha(T) = \alpha_1(\frac{T}{T_c} - 1)$  nahe der kritischen Temperatur  $T_c$  und den beiden positiven Konstanten  $\alpha_1$  und  $\beta$ . Für  $\alpha < 0$  existirt ein Minimum von F am Erwartungswert von  $\Psi$  bei

$$|\Psi|^2 = \Delta^2 = n_{\rm s} = \frac{\alpha_1}{\beta} (T_{\rm c} - T).$$
 (3.9)

Wird die freie Energie bezüglich  $\Psi$  und **A** minimiert, erhält man die Ginzburg-Landau-Gleichungen:

$$0 = \alpha(T)\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi + \frac{1}{2m}\left(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A}\right)\Psi$$
(3.10)

$$\mathbf{J}_{\mathrm{S}} = -\frac{ie\hbar}{2m_{\mathrm{e}}} \left(\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi\right) - \frac{2e^2}{m_{\mathrm{e}}} |\Psi|^2 \mathbf{A}.$$
(3.11)

Uber die Beschreibung der supraleitenden Stromdichte  $\mathbf{J}_{\mathrm{S}}$  sehen wir hier nun eine Herleitung der oben behandelten London-Gleichung mit der Ladung  $q_{\mathrm{S}} = 2e$  und Masse  $m_{\mathrm{S}} = 2m_{\mathrm{e}}$  der supraleitenden Elektronen. Somit ergibt sich für die London'sche Eindringtiefe über die Ginzburg-Landau Theorie der Zusammenhang

$$\lambda_{\rm L} = \sqrt{\frac{m\beta}{4e^2\mu_0|\alpha|}} = \sqrt{\frac{m}{(2e)^2\mu_0 n_{\rm s}}}.$$
(3.12)

#### 3.2.3 BCS Theorie

Die BCS Theorie liefert eine mikroskopische Erklärung der Supraleitung. In dem 1957 von John Bardeen, Leon N. Cooper und John R. Schrieffer entwickelten Model wird der supraleitende Strom über bosonische Quasi-Teilchen, den Cooper-Paaren, transportiert. Diese bestehen aus zwei Elektronen entgegengesetzen Spins und Impulses  $(k \uparrow, -k \downarrow)$ , welche über ein positives Wechselwirkungspotential aneinander gekoppelt sind. Als Konsequenz ist der Gesamtspin eines Cooper-Paares Null, was die ansonsten über das Pauli-Prinzip verbotene Kondensation in einen gemeinsamen Grundzustand erlaubt. Dieser Paarungs-Mechanismus reduziert die Energie des Gesamtsystemes um  $\Delta$ , sodass sich am Fermi-Niveau eine Energielücke bildet. Folglich ist die Zustandsdichte (D(E)) in diesem Bereich  $(E < \Delta)$  Null. Es existieren also keine Zustände, die von Teilchen besetzt werden könnten.

#### 3.3 Josephson-Kontakte

Zwei schwach aneinander gekoppelte Supraleiter werden als Josephson Kontakt bezeichnet. Im Rahmen dieses Versuches beschäftigen wir uns mit SNS (bzw. SNINS) Kontakten. Dabei sind zwei Supraleitende Regionen (S) von einer normal-leitenden (N), oder allgeimen nicht-supraleitenden Barriere voneinander getrennt. Brian D. Josephson sagte 1962 theoretisch voraus, dass über solch einen Supraleiter-Supraleiter Tunnelkontakt auch das Tunneln von Cooper-Paaren möglich ist, was kurz darauf experimentell bestätigt wurde. Man unterscheidet zwei qualitativ verschiedene Effekte: Den Gleichstrom oder DC-Josephson Effekt und den Wechselstrom bzw. AC-Josephson Effekt, welche wir beide in diesem Versuch genauer betrachten und untersuchen werden. Der DC Josephson Effekt beschreibt einen spannungslosen über den Tunnelkontakt fließenden Gleichstrom. Die **1. Josephson Gleichung** 

$$J_{\rm S} = J_{\rm c} \sin(\varphi) \tag{3.13}$$

beschreibt diesen Strom in Abhängigkeit von der Phasendifferenz  $\varphi$  zwischen den beiden supraleitenden Regionen und wird daher auch als **Strom-Phasen-Relation** (engl. Current-Phase-Relation (CPR)) bezeichnet.

Der AC Josephson Effekt beschreibt einen über den Tunnelkontakt fließenden Wechselstrom bei angelegter Gleichspannung und ist eine Folge aus der 2. Josephson Gleichung, welche die zeitliche Dynamik der Phasendifferenz beschreibt

$$\hbar \dot{\varphi} = 2eV. \tag{3.14}$$

#### 3.4 Quanteninterferenz im B-Feld

Wird ein magnetisches Feld  $B_{\perp}$  senkrecht zum Josephson Kontakt (wie in Skizze 3.1) angelegt, ändert sich die Gauge-invariante phase  $\phi$ . Als Konsequenz wird der kritische Strom  $I_C(B_{\perp})$  moduliert und das resultierende Bild wird als Quanteninterferenzmuster bezeichnet. Für einen einfachen<sup>1</sup> Josephson-Kontakt ähnelt dieses Muster dem Fraunhofermuster, welches in der Optik für die Interferenz am Einzelspalt beobachtet wird. Im Folgenden wird eine kurze Herleitung dieses Quanteninterferenzmusters gegeben.

#### 3.4.1 Herleitung der Flussquantisierung

Hierfür ist es hilfreich sich zunächst mit der Flussquantisierung zu beschäftigen. Betrachtet man einen supraleitenden Ring, welcher einem senkrechten Magnetfeld ausgesetzt wird, so stellt sich an den Rändern des Ringes ein Strom ein, welcher den magnetischen Flux verdrängt. Weiter im Inneren, also weiter weg von den Rändern als die London'sche Eindringtiefe  $\lambda_{\rm L}$ , ist der Strom gleich Null und somit auch die supraleitende Stromdichte  $\mathbf{J}_{\rm S}$  entlang eines geschlossenen Pfades. Für Gleichung 3.2, bzw. 3.11 gilt folglich

$$\mathbf{J}_{\mathrm{S}} = \frac{e\hbar n_{\mathrm{S}}}{2m_{\mathrm{e}}} \left( \nabla \varphi_{S} - \frac{2e}{\hbar} \mathbf{A} \right) = 0.$$
(3.15)

Somit ergibt

$$\nabla \varphi_{\rm S} = \frac{2e}{\hbar} \mathbf{A} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A},\tag{3.16}$$

mit dem Flussquantum  $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ . Integrieren wir über beide seiten, erhält man den im Ring eingeschlossenen Flux  $\Phi$ , welcher in ganzzahligen Vielfachen *n* auftritt und somit quantisiert ist:

$$\Phi = n\Phi_0. \tag{3.17}$$

 $<sup>^1 {\</sup>rm Sinusf{\"o}rmige Strom-Phasen-Relation}$ 

#### 3.4.2 Josephson-Kontakt im B-Feld

Wird der zuvor behandelte Ring an einer Stelle unterbrochen, erhalten wir an der Unterbrechung einen Josephson Kontakt im senkrechten magnetischen Feld  $B_{\perp}$  (siehe Skizze 3.1).



Abbildung 3.1: Ein SNS-Josephson Kontakt der Breite L und effektiven Länge t. Die supraleitenden Regionen (S) sind von einer normalleitenden Bariere (N) getrennt, welche von einem senkrechten Magnetfeld  $B_{\perp}$  durchdrungen wird. Der linke, bzw. rechte supraleitende Bereich, kann mit einer Wellenfunktion  $\Psi = \Delta e^{i\varphi_i}$  mit der Phase  $\varphi_1$ , bzw.  $\varphi_2$  beschrieben werden (vgl. Gl. 3.7).

Wir nehmen an, dass das Magnetfeld innerhalb des Kontaktes gleichförmig und homogen ist. Dieses kann bis zur London'schen Eindringtiefe  $\lambda_L$  in den Supraleiter eindringen, sodass sich eine effektive Länge  $\delta = t + 2\lambda_L$  und eine effektive Fläche  $A_{\text{eff}} = L \cdot \delta$  für den Josephson Kontakt ergibt.

Analog zur Herleitung der Flussquantisierung können wir nun das Integral über einen geschlossenen Pfad C betrachten. Dieser liegt nun teilweise in den supraleitenden Regionen S oder im normalleitenden Bereich N, sodass der Pfad wie folgt aufgeteilt werden kann:

$$\Phi = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{l} + \oint_N \vec{A} \cdot d\vec{l}.$$
(3.18)

Das erste Integral ergibt die Phasendifferenz  $\varphi_2 - \varphi_1$  zwischen den beiden Supraleitern (sie Gl. 3.16), während das zweite Integral den eingeschlossenen Flux durch die Barriere ergibt. Wir können nun die Gauge-invariante Phasendifferenz definieren als

$$\phi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_1^2 \vec{A} \cdot d\vec{l}.$$
(3.19)

Eine typische Wahl für das Vektorpotential für ein senkrechtes Magnetfeld  $\vec{B}_z$  ist

 $\vec{A} = -H_0 y \hat{\mathbf{x}}^2$  Wir sehen in Gleichung 3.15, dass sich die Stromdichte entlang  $\hat{\mathbf{y}}$ ändert, da sie vom Vektorpotential  $\vec{A}$  abhängt. Entwickeln wir den Suprastrom in einer Fourierreihe

$$J_{\rm S}(\phi) = \sum_{k} J_k \sin(k\phi) + J_k \cos(k\phi), \qquad (3.20)$$

verschwinden aufgrund der Zeitumkehrinvarianz  $(J_{\rm S}(-\phi) = -J_{\rm S}(\phi))$  die geraden Terme. Für kurze Josephson-Kontakte konvergiert die Reihe sehr schnell, sodass wir in erster Näherung (nach dem ersten Glied) die erste Josephson Gleichung erhalten

$$J_{\rm S}(\phi) = \sum_{k} J_k \sin(k\phi) = J_{\rm c} \sin(\phi). \qquad (3.21)$$

Setzen wir nun die Gauge-invariante Phase ein, ergibt sich

$$J_{\rm S}(y) = J_{\rm c}\sin(\phi(y)) = J_{\rm c}\sin\left(\varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0}\int_0^y \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}\right).$$
(3.22)

Den Strom über den Josephson-Kontakt erhalten wir nun über die Integration der Stromdichte:

$$I_{\rm S} = \int_0^L J_{\rm c} \sin\left(\varphi + \frac{2\pi}{\Phi_0} B_{\rm z} \delta s\right) \mathrm{d}s, \qquad (3.23)$$

wobe<br/>i $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  die Phasendifferenz zwischen den beiden supraleitenden Regionen ist. Dieses Integral lässt sich durch die Substitution  $x = \varphi + \frac{2\pi}{\Phi_0} B_z \delta s$ , über das Integral eines einfachen sinus leicht lösen

$$I_{\rm S} = \int_{\varphi}^{\varphi + \frac{2\pi}{\Phi_0} B_{\rm z} \delta L} J_0 \sin(x) \frac{\Phi_0}{2\pi B_{\rm z} \delta} dx = J_{\rm c} \frac{\Phi_0}{2\pi B_{\rm z} \delta} \left[ -\cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{\Phi_0} B_{\rm z} \delta L\right) + \cos(\varphi) \right].$$
(3.24)

Dabei entspricht  $\Phi_J = B_z \delta L$  dem magnetischen Fluss durch den Josephson Kontakt (vgl. Gl. 3.18). Mithilfer einiger trigonometrischer Umformungen (oder der Prostaphaeresis Formel) erhalten wir für den Strom über den Josephson Kontakt

$$I_{\rm S} = -2\frac{I_0\Phi_0}{2\pi\Phi_J}\sin\left(-\frac{2\pi}{2\Phi_0}\Phi_J\right)\sin(\varphi) = I_{\rm c}\frac{\sin\left(\pi\frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right)}{\pi\frac{\Phi_J}{\Phi_0}}\sin(\varphi).$$
(3.25)

- \

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{A} = \mu_0 \begin{pmatrix} \partial_{\mathbf{x}} \\ \partial_{\mathbf{y}} \\ \partial_{\mathbf{z}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -H_0 \ y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mu_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ H_0 \end{pmatrix} = \vec{B}_{\mathbf{z}}.$$

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Es}$  lässt sich einfach zeigen, dass

Der kritische Strom ist der maximale Strom, der über den Kontakt fließen kann. Maximiert man Gleichung 3.25 für  $\varphi$ , so ergibt sich in Abhängigkeit vom senkrechten magnetischen Feld  $B_z$ :

$$I_{\rm C}(B_{\rm z}) = I_0 \left| \frac{\sin\left(\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}\right)}{\pi \frac{\Phi_J}{\Phi_0}} \right|. \tag{3.26}$$



Abbildung 3.2: Normiertes Quanteninterferenz Muster eines Josephson Kontaktes: Der positive und negative kritische Strom  $I_c$  wird, in gleicher Weise, durch das angelegte Magnetfeld moduliert. Dabei ist  $|I_c|$  maximal im Nullfeld und der Betrag der Nebenmaxima nimmt mit steigendem Magnetfeld ab. Die Nullstellen des Interferenzmusters sind periodisch.

#### 3.5 Shapiro-Stufen

Als Shapiro-Stufen werden charakteristische Stufen im Strom-Spannungs-Diagramm eines mit Mikrowellen der Frequenz  $\omega_0$  bestrahlten Josephson-Kontaktes. Diese basieren indirekt auf den AC-Josephson-Effekt und zeigen sich als Stufen konstanter Spannung:

$$V = n\omega_0 \frac{\hbar}{2e} \tag{3.27}$$

Nachfolgend, wird dieser Effekt genauer betrachtet. Wird zugleich eine DC und AC Spannung an den Josephson Kontakt anglegt, folgt für die Gesamtspannung:

$$V = V_0 + V_1 \cos(\omega t) \tag{3.28}$$

Laut der AC Josephson Gleichung 3.14, ergibt sich nun für die Phasendifferenz

$$\dot{\varphi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V = \frac{2\pi}{\Phi_0} (V_0 + V_1 \cos(\omega t)).$$
(3.29)

Diese Differentialgleichung kann durch Trennung der Variablen gelöst werden und es ergibt sich

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0} V_0 t + \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t).$$
(3.30)

Eingesetzt in die DC Josephson Gleichung 3.13 gilt also für den Josephson-Strom

$$I_{\rm S}(t) = I_{\rm c} \sin\left(\varphi_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0} V_0 t + \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{V_1}{\omega} \sin(\omega t)\right).$$
(3.31)

Entp<br/>sricht die Frequenz  $\omega$  der eingestrahlten Mikrowellen gerade ganz<br/>zahligen Vielfachen der Ferquenz  $\nu$  des Josephson-Wechsels<br/>troms, so treten Stufen gleicher Spannung, die als **Shapiro-Stufen** bezeichnet werden, auf. Der Zusammenhang in Gleichung 3.27<br/>ergibt sich unter der Forderung

$$n\omega = 2\pi\nu. \tag{3.32}$$

## 4 Versuchsaufbau und Sicherheitshinweise

Um die U-I-Kennlinien eines supraleitenden Josephson Kontkates zu untersuchen, wird in diesem Versuch ein Nb/Al/AlOx/Nb Kontakt verwendet. Als Supraleiter fungiert das Niob, welches eine Sprungtemperatur von 9.5 K hat. Die normalleitende, bzw. isolierende Barriere besteht aus Al/AlOx. Hierbei wird das Aluminium hauptsächlich als Haftvermittler zwischen dem Niob und dem Aluminiumoxid verwendet. Da die Sprungtemperatur von Aluminium mit 1.2 K unter den verwendeten Temperaturen in diesem Versuch ist, spielen die potentiell supraleitenden Eigenschaften von diesem Material hier keine Rolle.

Der Nb/Al/AlOx/Nb Kontakt befindet sich auf einem ca. 4x4 mm großen Chip, welcher in einem Standardchipcarrier eingeklebt, gebondet und über einen Mikro-D-Steckverbinder mit den Messleitungen verbunden ist. Über eine Antenne kann hochfrequente Strahlung über einen Signalgenerator eingestrahlt werden.

Ähnlich wie im Supraleitungs-Versuch, ist die Probe in einen Messtab eingebaut, welcher in einen Dewar mit flüssigem Helium eingesenkt wird. Flüssiges Helium hat eine Temperatur von 4,2 K. Im Umgang mit Cryogenen Flüssigkeiten ist Vorsicht geboten! Bitte beachtet auch in diesem Versuch die Sicherheitshinweise. Die Heliumrückleitung darf nicht unterbrochen werden. Achtet bitte auf den Stand der Helium-Uhr beim manuellen Verfahren von Strom oder Magnetfeld. Dieser sollte sich nicht ändern!

Der Dewar ist mit einem 5-Tesla supraleitenden Magneten ausgestattet, welches über ein Magnetnetzteil gesteuert wird. Haltet Euch bitte immer an die empfohlenen sweep-Raten und ändert die voreingestellten Limits nicht (oder nur mit Rücksprache). Zu schnelles Verfahren kann einen Quentsch auslösen, in dem die Supraleitung im Magneten schlagartig zusammen bricht. Der plötzlich auftretende Widerstand führt zu einem unmittelbaren Wärmeeintrag in das flüssige Heliumbad und einer unkontrollierten Verdampfung großer Mengen Helium! Im Fall eines Quentsches steigt der Stand der Helium-Uhr stark an und es kann Gas austreten. Fenster und Türen sollten daher geöffnet und der Raum zügig verlassen werden. Der/die Betreuer/in sollte anschließend sofort benachrichtigt werden.

Der verwendete Messaufbau ist in Abbildung 4.2 schematisch dargestellt: Eine Yokogawa GS200 dient als Spannungsquelle. Mittels eines Vorwiderstandes  $R_{pre}$  wird ein Strom definiert und über den Josephson Kontakt angelegt. Der Spannungsabfall wird über ein Agilent Multimeter gemessen. Das Ansteuern und Auslesen der Geräte erfolgt über den Mess-PC via einem Perl-Skript, welches beispielhaft in Abschnitt 5.3 beigefügt ist. Die manuelle Bedienung der Spannungsquelle, der Temperaturansteuerung, sowie des Signalgenerators ist im Abschnitt 5.4 beschrieben.



Abbildung 4.1: Chip mit mehreren SNS-Josephson Kontakten eingebaut in einem Standardchipcarrier (rechts, braun). Mittels einer Antenne (silber) direkt oberhalb der Probe, können Mikrowellen eingestrahlt werden.



Abbildung 4.2: Schematischer Messaufbau. Mittels einer Spannungsquelle und einem Vorwiderstand wird ein Strom über den Josephson Kontakt definiert, welcher auf Masse (GND) abfließt. Der Spannungsabfall wird über ein Multimeter gemessen. Dabei entspricht der Messaufbau einer Vier-Punkt-Messung, sodass die gemessene Spannung V alleine dem Spannungsabfall über den Josephson Kontakt entspricht und somit Kabelsowie Kontaktwiderstände keine Rolle spielen.

## 5 Versuchsdurchführung

## 5.1 DC-Josephson Effekt

Der erste Versuchsteil beschäftigt sich mit dem DC Josephson Effekt.

Zunächst sollen ohne Magnetfeld mehrere U-I-Kennlinie bei verschiedene Temperaturen aufgenommen werden. Stellen Sie daher zunächst die gewünschte Temperatur an der Lakeshore ein

Zur Auswertung:

- Welchen kritischen Strom besitzt der Josephson Kontakt?
- Wie verhält sich der kritische Strom mit der Temperatur?
- Bestimmen Sie aus der Steigung im normalleitenden Bereich der U-I-Kennlinie den Normalwiderstand.

Nun werden für verschiedene Magnetfelder U-I-Kennlinien aufgenommen um das Quanteninterferenzmuster zu bestimmen. Dafür benötigen Sie mindestens 20 Punkte. Zu Beginn des Versuches werden Ihnen Informationen zur genauen Geometrie des Josephson-Kontaktes bereitgestellt. Schätzen Sie den benötigten Magnetfeldbereich ab und passen sie die Schrittweite an, um ausreichend viele Kennlienien für die Auswertung aufzunhemen. Vergessen Sie nicht das Mess-Skript an den ensprechenden Stellen anzupassen.

Tip: Da der kritische Strom von der Temperatur T abhängig ist, sollte diese Messung deutlich unter der kritischen Temperatur  $T_c$  durchgeführt werden.

Zur Auswertung:

- Bestimmen Sie für alle U-I-Kennlinien den jeweiligen kritischen Storm  $I_c$  und tragen Sie ihn gegen das Magnetfeld auf.
- Ermitteln Sie die Periodizität des Quanteninterferenzmusters. Welche effektive Fläche hat der Josephson Kontakt? Können Sie auf die London'sche Eindringtiefe  $\lambda_L$ rückschließen?
- Fitten Sie das Quantinterferenzmuster mit der erwarteten Funktion.
- Ermitteln Sie aus dem Fit den maximalen kritischen Strom. Weicht dieser von der ersten Messung ohne Magnetfelden ab? Falls ja, begründen Sie warum.

### 5.2 AC-Josephson Effekt

Der zweite Versuchsteil beschäftigt sich mit dem AC Josephson Effekt. Hierfür werden mind. 3 U-I-Kennlinien bei unterschiedlicher AC-Einstrahlung aufgenommen. Diese Messungen sollen wieder ohne Magnetfeld durchgeführt werden. Fahren Sie daher das Magnetnetzteil zunächst auf Null. Stellen Sie sequenziell verschiedene Frequenzen im Signalgenerator ein und messen Sie per Skript die zugehörige U-I-Kennlinie. Tip: Die Shapiro-Stufen sind bei höheren Temperaturen, also näher an  $T_c$ , deutlicher zu erkennen.

Zur Auswertung:

- Bestimmen Sie für die unterschiedlichen Einstrahlungsfrequenzen die Breite  $\Delta U$  der auftretenden Shapiro-Stufen. Führen Sie auch eine Fehlerbetrachtung durch.
- Ermitteln Sie das magnetische Flussquantum  $\Phi_0$ . Führen Sie auch hier eine Fehlerbetrachtung durch und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Literaturwert.

### 5.3 Perl Code

Nachfolgend ist der für die Messungen verwendete Perl-Code gegeben. Dieser kann über Notepad++ angepasst und über die Komandozeile ausgeführt werden.

```
use 5.010:
 1
       use Lab::Moose;
 3
 4
       # Vorwiderstand, definiert den Strom durch den Josephson-Kontakt
5
       my $R_pre_DC = 1e3; # Wert überprüfen und eintragen!
       my $sample = 'FP2_JJ14';
6
                                        # Dateiname
8
     🗌 # Verwendete Geräte:
 9
       # Spannungsquelle, um mittels der ausgegebenen Spannung über den
      # Vorwiderstand einen Strom zu definieren
10
      my $DC_Bias_SOURCE = instrument(
    type => 'YokogawaGS200',
11
13
           connection_type => 'VISA::GPIB',
14
           connection_options => {pad => 9},
15
           max_units_per_step => 0.5,
           max_units_per_second => 1,
min_units => -32,
16
17
           max_units => 32,
18
19
       );
20
       # Multimeter: Misst den Spannungsabfall über den Josephson-Kontakt
21
22
       my $DC Voltage = instrument(
           type => 'HP3458A',
23
           connection_type => 'VISA::GPIB',
24
25
           connection options => {pad => 22},
26
       );
27
28
     = # Stromquelle: Legt einen Strom durch die supraleitenden Spulen an, um ein Magnetfeld zu erzeugen
29
      _# Umrechungsfaktor: B/I=0.10524[T/A]
       my $magnet = instrument(
30
           type => 'KeysightB2901A',
31
32
           connection_type => 'VISA::GPIB',
33
           connection_options => {'gpib_address' => 24},
           max_units_per_step => 0.001,
34
           max_units_per_second => 0.005,
min_units => -10,
35
36
37
           max_units => 10,
38
       );
39
40
       my $temperature = instrument(
           type => 'Lakeshore340',
41
           connection_type => 'VISA_GPIB'
42
43
           connection_options => {pad => 19},
44
           input channel => 'A', # set default input channel for all method calls
45
       );
46
47
       #Definiere den Sweep-Bereich der I-V-Kurve
       my $I_V_sweep = sweep(
48
49
           type
                      => 'Step::Voltage',
50
           instrument => $DC_Bias_SOURCE,
51
           from => -0, to => 26, step => 0.25,
                                                     #!!!!!! Anpassen
52
           backsweep => 0,
53
       );
```

Abbildung 5.1: Erste Zeilen des Perl-Skriptes. Die verwendeten Geräte werden initialisiert und die Limits und maximalen sweep-Raten gesetzt. Anschließend wird über "\$I\_V\_sweep-der Bereich der Strom-Spannungs-Kennlinie definiert.

```
54
55
        my $B_range = 3e-3/0.10524;
                                                      #!!!!!! Anpassen
                                                      #!!!!!! Anpassen
56
       my $B_step = 0.1e-3/0.10524;
57
58
       #Definiere den Sweep-Bereich des Magnetfeldes
59
       my $magnet_sweep = sweep(
    type => 'Step::Voltage',
60
61
            instrument => $magnet,
62
            from => -1*$B_range, to => $B_range, step => $B_step,
63
64
            backsweep \Rightarrow \overline{0},
       );
65
66
67
        # anlegen des Datenfiles:
       my $datafile = sweep_datafile(columns => [qw/T I_magnet B I_DC V DC /]);
68
69
70
71
        #Messroutine, wird an jedem (Mess-)Punkt ausgeführt:
     my $meas = sub {
            #fährt den nächsten Wert im Sweep an:
72
73
74
75
76
77
78
79
            my $sweep = shift;
            #Wartezeit, um die Integrationsdauer des Multimeters abzuwarten
            sleep(0.5);
            # Auslesen der Messwerte und Speichern in eine Variable
            80
                                                          # liest den am Magnet angelegten Strom aus
            my $I_magnet = $magnet->cached_level();
81
82
83
            # Zuordnung der oben definierten Variablen zu den jeweiligen Spalten im Datenfile
            $sweep->log(
84
85
                T => ST
                I magnet => $I magnet,
                B => $I_magnet*0.10524,
I_DC => $I_DC,
V_DC => $V_DC,
86
                                             # Berechnet über den umrechungsfaktor das Magnetfeld
87
88
89
            );
90
91
92
      L};
        #Während der Messung wird ein sich aktualisierender Graph erzeugt:
       $datafile->add_plot(
    x => 'I_DC',
    y => 'V_DC',
93
94
95
96
97
       );
```

Der nachfolgende Teil muss für die jeweilige Messung angepasst werden: Soll eine Strom-Spannungs-Kurve aufgenommen werden, sind die Zeilen 100 bis 104 relevant, wohingegen die Zeilen 107 bis 112 auskommentiert werden müssen. Um das Fraunhofer Muster zu messen, sind dahingegen die Zeilen 107 bis 112 relevant und es müssen die Zeilen 100 bis 104 auskommentiert werden.

```
98
        #Befehl, um Strom-Spannungs-Kurve (IV) aufzunehmen
99
       $I_V_sweep->start(
100
                                       #Starten des sweeps und Anlegen der Daten
           measurement => $meas,
            datafile => $datafile,
102
                       => 'IV_'.$sample
103
            folder
104
       ):
106
        #Übergeordneter Magnetfeld-sweep -> Fraunhofer Muster
107
        $magnet_sweep->start(
                                           #Starten des sweeps und Anlegen der Daten
108
            slave => $I V sweep,
                                             #Untergeordnete IV
109
            measurement => $meas,
            datafile => $datafile,
folder => 'BIV_'.$sample
110
111
112
       );
```

Abbildung 5.2

#### 5.4 Manuelle Bedienung der Geräte

#### Yokogawa GS200 - Spannungsquelle

Mittels dem Output-Anschluss (Hi und Lo) kann eine Spannung bezüglich der Messmasse ausgegeben werden. Dabei wird jedoch erst tatsächlich eine Spannung angelegt, wenn die Output-Taste gedrückt ist/leuchtet. Der gewünschte Spannungswert kann mittels der Pfeiltasten (1-5) eingestellt werden. Sollte der voreingestellte Bereich nicht ausreichen, kann dieser über die Range-Pfeiltasten vergrößert werden. Maximal können  $\pm 32$  V ausgegeben werden.

Wird bzw. wurde das Gerät über den Mess-PC per Skript angesteuert leuchtet die Remote Anzeige auf und der Spannungswert kann nicht manuell verändert werden. Hierfür muss zunächst über die Esc-Taste auf Local umgestellt werden.

Liegt ein endlicher Spannungswert an, kann eine instantane Änderung auf 0V die Probe zerstören. Deshalb sollten in diesem Fall niemals die Kabel abgesteckt, der Output mittels der Output-Taste oder das Gerät mittels der Power Taste ausgeschalten werden.



Abbildung 5.3: Vorderansicht einer Yokogawa GS200 Spannungsquelle.

#### Lakeshore 340 - Temperaturan steuerung

Das Display zeigt die aktuelle Temperatur ( $T_{mess}$  bzw. A), sowie die Ziel-Temperatur (setpoint bzw. 1), auf die aktuell geheizt wird. Über die Remote/Local Taste kann das Gerät auf die manuelle Eingabe umgestellt werden, sodass mittels der Setpoint-Taste der gewünschte Temperaturwert angepasst werden kann. Der Setzwert muss mit Enter bestätigt werden.



Abbildung 5.4: Vorderansicht der Lakeshore 340 Temperaturansteuerung.

#### **R&S** Signal generator

Die Mikrowellenstrahlung kann über den RF-Port ausgegeben werden. Die aktuelle Ziel-Frequenz wird im Display angezeigt. Diese wird jedoch erst angelegt, wenn die RF on/off Taste gedrückt wurde. Dabei ertönt ein Klicken. Ist der Signalgenerator aktiv, erscheint das RF-Kästchen im Display blau und das Häkchen bei On ist gesetzt. Soll nun eine andere Frequenz gewählt werden, sollte die RF-Strahlung ausgeschalten sein. Dann kann über die Frequ-Taste der Setzwert verändert werden, indem ein neuer Wert über den Nummernblock eingetippt wird. Wichtig ist im Anschluss die richtige Einheit G zu wählen (ansonsten werden nur Hz statt GHz ausgegben) und die Eingabe mit Enter zu bestätigen. Im Anschluss kann das Signal mit RF on wieder aktiviert werden.



Abbildung 5.5: Vorderansicht eines Rohde und Schwarz Signalgenerators.